



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS**



LICENCIATURA EN FILOSOFÍA

ASIGNATURA: Lógica 3 Teoría de Conjuntos

PROFESOR: Dr. Cristian Alejandro Gutiérrez Ramírez

TERCER SEMESTRE

CICLO: 2025-1

CLAVE	HORAS/SEMANA/SEMESTRE		TOTAL DE HORAS	CRÉDITOS
	TEORÍCAS	PRÁCTICAS		
0676	32		32	8

Tipo: TEÓRICO-PRÁCTICO

Modalidad: CURSO

Asignatura precedente: LÓGICA 2

Asignatura subsecuente:

INTRODUCCIÓN

La teoría de conjuntos (TC) nació como teoría matemática con los trabajos de Georg Cantor y Richard Dedekind a finales del siglo XIX. Uno de los objetivos de la teoría de conjuntos era ofrecer un marco general para la reconstrucción de las matemáticas; otro objetivo era ofrecer una teoría de los buenos ordenes y de la cardinalidad. La TC mostró ser una excelente herramienta para cumplir con ambos objetivos, por lo menos en principio. Cantor y Dedekind demostraron una gran cantidad de teoremas de gran relevancia para la fundamentación de las matemáticas, además de ofrecer reconstrucciones de diversas teorías. Sin embargo unos años después, Russell, Zermelo, Cantor y otros matemáticos y filósofos notaron que era posible generar paradojas dentro de la TC. Las más famosas de estas paradojas fueron la de Zermelo-Russell, la de Cantor, la de Buralli-Forti y la de Skolem. Esto puso el estatus de la TC en cuestión.

La solución más popular a las paradojas de la TC fue optar por una versión axiomatizada de la teoría (una solución acorde con la propuesta formalista en matemáticas). En particular, el programa formalista creó la teoría axiomática formal de conjuntos, que tiene diferentes presentaciones, las más famosas son la teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel + Axioma de Elección (ZFC), los New Foundations de Quine, la teoría de clases de Morse-Kelley y la teoría de clases de Von Neumann-Bernays-Gödel (NBG). ZFC fue la más popular de entre ellas y será nuestro objeto de estudio.

Con la adopción de estos sistemas axiomáticos se eliminaron las paradojas. Sin embargo, la teoría de conjuntos aún aporta temas de interés para el análisis filosófico, en especial a partir de las proposiciones indecidibles en TC y la necesidad de ampliar los sistemas axiomáticos existentes. Mismos que trataremos durante el curso.

OBJETIVOS

Principales:

Se espera que al final del curso el alumno:

- Domine el aparato formal de la teoría de conjuntos básica.
- Comprenda los temas filosóficos relacionados con la teoría de conjuntos.

Secundarios:

Se espera que al final del curso el alumno:

- Conozca los axiomas de la teoría ZFC y pueda aplicarlos.
- Domine las operaciones básicas del álgebra de conjuntos.
- Identifique los principales tipos de orden de un conjunto estructurado.
- Comprenda la construcción conjuntista de los números naturales.
- Comprenda el teorema de la recursión para los números naturales.
- Comprenda los objetivos de la teoría de conjuntos y sus implicaciones filosóficas.

NÚM. DE HRS. POR UNIDAD	TEMARIO
1	Introducción
2	UNIDAD 1: Origen histórico de TC.
5	UNIDAD 2: Lógica clásica de primer orden. <ul style="list-style-type: none"> • Lenguaje de la lógica clásica de primer orden. • Deducción natural, pruebas y metapruebas. • Lenguaje de la teoría de conjuntos.
6	UNIDAD 3: Nociones básicas de TC <ul style="list-style-type: none"> • Nociones indefinidas: pertenencia y conjunto. • Subconjuntos y productos cartesianos. • Conjunto vacío y conjunto potencia. • Álgebra básica de conjuntos. • Conjunto Universal. • Paradoja de Russell.

6	UNIDAD 4: Estructuras, funciones y relaciones. <ul style="list-style-type: none"> • Pares ordenados. • Relaciones. • Conjuntos Parcialmente Ordenados, Conjuntos Totalmente ordenados, Conjuntos Bien Ordenados. • Conjuntos bien fundados e inducción matemática. • Particiones. • Funciones.
4	UNIDAD 5: Números naturales, inducción matemática y recursión. <ul style="list-style-type: none"> • Construcción de los números naturales. • Teorema de la recursión para naturales. • Sistemas de Peano. • Aritmética de los números naturales.
3	UNIDAD 6: Cardinalidad <ul style="list-style-type: none"> • Equipolencia. • Finitud. • Dominancia. • Aritmética cardinal.
2	UNIDAD 7: Axioma de Elección. <ul style="list-style-type: none"> • Axioma de elección. • Aplicaciones del Axioma de Elección.
3	UNIDAD 8: Filosofía de la Teoría de Conjuntos. <ul style="list-style-type: none"> • El papel de la Teoría de Conjuntos en la Fundamentación de las Matemáticas. • Límites de la Fundamentación. • Problemas con el Axioma de Elección. • Incompleción: El caso de la Hipótesis del Continuo.

32	TOTAL DE HORAS SUGERIDAS
-----------	---------------------------------

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- ÁLVAREZ, Ana. “La teoría de conjuntos antes de Cohen”, Aportaciones Matemáticas, Serie Comunicaciones, 35 (2005) 61–69.
- AMOR y Montaña, José Alfredo. “La teoría de conjuntos después de Cohen”, Aportaciones Matemáticas, Serie Comunicaciones, 35 (2005) 87–96
- _____ . “Aclaración de la paradoja de Russell” en *La Razón Comunicada*, México D.F., Torres Asociados, 2004.
- _____ . *Teoría de conjuntos para estudiantes de ciencias*, México D.F., UNAM-FC, 2005.
- ENDERTON, Herbert. *Elements of Set Theory*, New York, Academic, 1977.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- AMOR, José Alfredo, (et. al.) *Teoría de Conjuntos Intermedia*, México D.F., FC-UNAM, 2011.
- BADESA, Calixto, (et. al.) *Elementos de lógica formal*, Barcelona, Ariel, 1998.
- CASSINI, Alejandro. *El juego de los principios*, Buenos Aires, A-Z Editores, 2006.
- ENDERTON, Herbert. *Una introducción matemática a la lógica* (Tr. José Alfredo Amor), México D.F., UNAM-IIFs, 2006.
- FITTING, Melvin y Raymond Smullyan. *Set Theory and the Continuum Problem*, Oxford, Oxford University Press, 1996.
- HERNÁNDEZ, Fernando. *Teoría de Conjuntos: Una introducción*, México, Sociedad Matemática Mexicana, 1996.
- HRBACEK, Karel y Thomas JECH. *Introduction to Set Theory*, New York, Marcel Dekker, 1999.
- JECH, Thomas. *Set Theory: Third Millennium Edition, revisited and expanded*, New York, Springer-Verlag, 2006.
- LEVY, Azriel. *Basic Set Theory*, New York, Dover, 1979.
- MADDY, Penelope. *Defending the axioms: On the Philosophical Foundations of Set Theory*, Oxford, Oxford University Press, 2011.
- POTTER, Michael. *Set Theory and Its Philosophy*, Oxford, Oxford University Press, 2004.
- QUINE, W.V.O. *Set Theory and Its Logic*, Cambridge, Harvard University Press, 1969.
- SUPPES, Patrick. *Teoría axiomática de conjuntos* (Tr. Hernando Alfonso Castillo), Calí, Norma, 1968.
- TILES, Mary. *The Philosophy of Set Theory*, Oxford, Basil Blackwell, 1989.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

- **Dirigidas por el docente:** Exposición de los contenidos con apoyo de material audiovisual (videos y presentaciones). Dirección y evaluación de los ejercicios realizados por los alumnos en clase. Revisión en clase de las tareas y de los exámenes realizados por los alumnos. Asesorías individuales en los casos que lo ameriten.
- **Realizadas por estudiantes:** Realización de tareas semanales. Participación en clase. Realización de ejercicios en clase. Trabajo de investigación.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- **Dominio del aparato formal.** Se evaluará que el alumno adquiriera un buen dominio de las siguientes habilidades relacionadas con el sistema formal de la teoría de conjuntos:
 1. Identificar y poder aplicar los axiomas de la teoría ZFC.
 2. Realizar operaciones conjuntistas básicas.
 3. Poder demostrar teoremas de la teoría de conjuntos.
 4. Comprender el teorema de recursión.
- **Dominio de aspectos filosóficos de la TC.** Se evaluará que el alumno adquiriera un buen dominio de los siguientes conocimientos de la teoría de conjuntos:
 1. Comprender los objetivos de la TC.
 2. Entender el programa de fundamentación relacionado con la teoría.

3. Entender la teoría del orden asociada a la TC.
4. Entender el papel de la TC en la teoría de modelos.
5. Entender la hipótesis de continuo y el programa de búsqueda de nuevos axiomas.

MECANISMOS DE EVALUACIÓN

Exámenes (80%): Cada 2 semanas aproximadamente se aplicará un examen (en total 8 exámenes), el valor de cada examen será de 10% de la calificación final. Es requisito para aprobar el curso pasar todos los exámenes. Se podrán reponer hasta 2 exámenes al final del semestre. En caso de reprobar 3 o más exámenes parciales (incluso si su promedio de exámenes es aprobatorio), el alumno tendrá que hacer un examen final que tendrá un valor del 80% de la calificación final.

Tareas (20%): Se realizará una tarea por semana. Las tareas serán calificadas, pero sólo contarán como entregadas o no entregadas. Las tareas deben ser entregadas a tiempo y completas. Por cada tarea no entregada, se bajará un punto en el examen correspondiente. Por cada dos tareas, si se tiene promedio de 9 en ellas, se subirá un punto en el examen correspondiente.

PÁGINAS DEL CURSO

Classroom: Por determinar

Telegram: <https://t.me/+lCSlxs8pg-RkODUx>

DATOS DE CONTACTO DE LOS PROFESORES

Dr. Cristian Alejandro Gutiérrez Ramírez

Correo: cristiangutierrez@filos.unam.mx

Horario de asesorías: Por determinar